

Vorlesung: Bildgebende Verfahren in der Medizin I

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel 2. Prüfer: Dipl.-Ing. Matthias Keller

Klausur

15. Februar 2013
Beginn: 14:00 Uhr

Familienname:	AUFKLEBER
Vorname:	
Matrikel-Nr.:	

Angaben zur Klausur:

Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden; Hilfsmittel sind nicht erlaubt, außer einem Taschenrechner.

Der Lösungsweg muss vollständig angegeben und nachvollziehbar sein!
Dokumentieren Sie Ihre Überlegungen, geben Sie erläuternde Kommentare!
Verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibzeug!

Die maximal erreichbaren Punkte pro Aufgabe sind der Tabelle zu entnehmen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Gesamt
Punkte:	17	11	6	8	3	8	5	7	6	15	86
erreicht:											

Note:_____

1 Röntgen

Frage 1

(17 Punkte)

Von Ihnen wird verlangt, eine Röntgenquelle für medizinisch-diagnostische Zwecke zu entwerfen.

- (a) Welche Anforderungen werden an die Röntgenquellen gestellt und warum?

(5 Punkte)

Lösung:

- **Hohe Leistung.** Mit hoher Leistung können die Belichtungszeiten kurz gehalten werden, denn Aufnahmen mit kürzeren Belichtungszeiten sind weniger verwackelt. Dazu ermöglichen sie die Aufnahme von bewegten Organen (Herz).
- **Kleiner Fokus.** Ein kleiner Fokus reduziert die Halbschatten-Effekte und ermöglicht ein schärferes Bild.
- **Einstellbare Quantenenergie.** Da der Kontrast zwischen verschiedenen Gewebearten nur in bestimmten Energiebereichen optimal ist, muss die Quantenenergie einstellbar sein.
- **Kostengünstige Herstellung.**
- **Wenig Wartung und lange Lebensdauer.**

- (b) Welche technischen Quellen für Röntgenstrahlung gibt es? Wählen Sie eine Röntgenquelle für den genannten Zweck und begründen Sie Ihre Wahl. Geben Sie auch an, welchen Typ der ausgewählten Quelle Sie bevorzugen.

(4 Punkte)

Lösung: Quellen: Synchrotron, radioaktive Isotope, Röntgenröhre.

Die Drehanode. Bei ihr wird die Hitze über den gesamten Ring verteilt. Sie kann daher mit höherer Leistung betrieben werden wie die Festanodenröntgenröhre. Der Elektronenbeschleuniger ist zu teuer und ein Isotop als Röntgenquelle lässt keine hohe Leistung mit kleinem Fokus zu. Der Einsatz einer Festanode ist nur vorteilhaft, wenn über lange Zeit niedrige Röntgenleistungen gefordert sind. In der medizinischen Diagnostik sind aber hohe Leistungen mit kurzen Zeitintervallen gefragt.

- (c) Welche Kriterien sind für ein gutes Anodenmaterial wichtig? Geben Sie ein Qualitätsmaß an.

(2 Punkte)

Lösung:

$$\text{Qualitätsmaß}_D = Z \cdot T_{max} \cdot \sqrt{\lambda \rho c} \quad (1)$$

Auch akzeptiert wird:

$$\text{Qualitätsmaß}_D = Z \cdot T_{max} \cdot \lambda \quad (2)$$

Mit:

- Z : Ordnungszahl
- T_{max} : maximal zulässige Temperatur
- λ : Wärmeleitfähigkeit
- ρ : Dichte
- c : spezifische Wärmekapazität

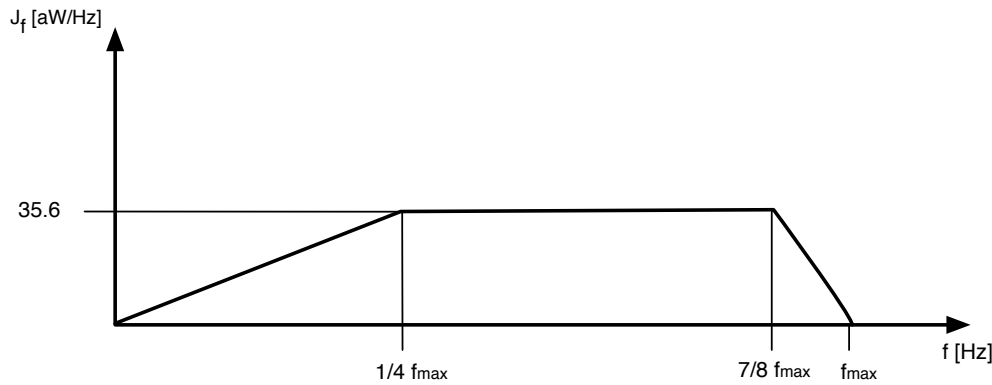


Abbildung 1: Spektrale Leistungsdichte einer Röntgenröhre bei 100000 W Eingangsleistung.

- (d) Abbildung 1 zeigt die spektrale Leistungsdichte einer Anordnung. Nehmen Sie an, dass es sich hierbei um eine Röntgenröhre handelt die bei einer Anodenspannung von $U_A = 100 \text{ kV}$ und einem Anodenstrom von $I_A = 1 \text{ A}$ betrieben wird. Wie groß ist ihr Wirkungsgrad? (6 Punkte)

Hinweis: $h := 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $e := 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und das kleine a in der Einheit aW in Abbildung 1 heißt Atto und entspricht 10^{-18} .

Lösung: Der Wirkungsgrad ist definiert als:

$$\eta = \frac{J_{\text{ges}}}{I_A \cdot U_A}.$$

Und J_{ges} lässt sich mit

$$J_{\text{ges}} = \int_0^{f_{\text{max}}} J_f \, df$$

ermitteln. Benötigt wird also noch f_{max} . Aus

$$E_{\text{Photo}} = h \cdot f \quad \text{und} \quad E_{\text{Kin}} = e \cdot U_A$$

kann

$$f_{\text{max}} = \frac{e \cdot U_A}{h} = 2.418 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$$

berechnet werden.

Die Fläche unter der Kurve lässt sich auf Grund der einfachen Geometrie der Teilstücke berechnen.

$$T1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} f_{\text{max}} \cdot J_{f_{\text{max}}} = \frac{2}{16} f_{\text{max}} J_{f_{\text{max}}}$$

$$T2 = \frac{5}{8} f_{\text{max}} \cdot J_{f_{\text{max}}} = \frac{10}{16} f_{\text{max}} J_{f_{\text{max}}}$$

$$T3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} f_{\text{max}} \cdot J_{f_{\text{max}}} = \frac{1}{16} f_{\text{max}} J_{f_{\text{max}}}$$

mit $J_{f_{\text{max}}} = 35.6 \cdot 10^{-18} \text{ W/Hz}$ erhält man

$$J_{\text{ges}} := \frac{13}{16} \cdot 2.418 \cdot 10^{19} \text{ Hz} \cdot 35.6 \cdot 10^{-18} \text{ W/Hz} = 699.33 \text{ W}$$

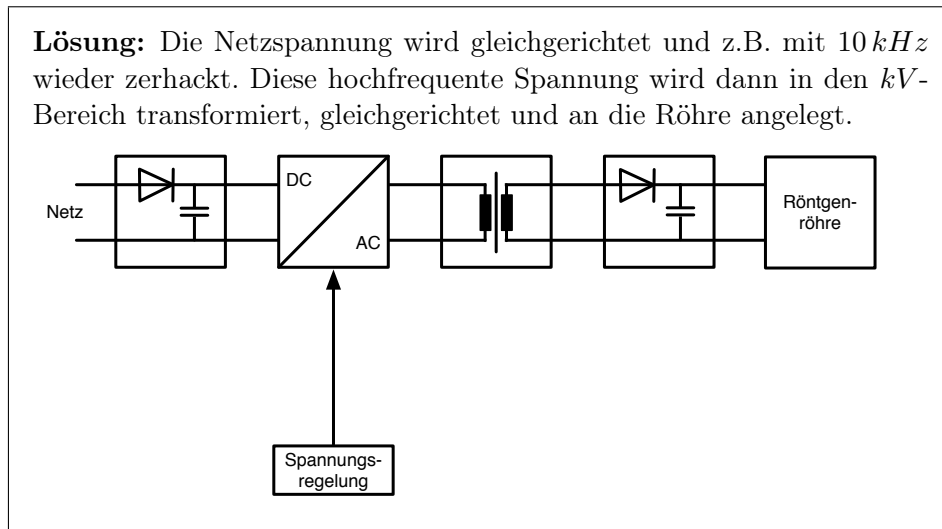
und

$$\eta = 0.69933\%.$$

Frage 2

(11 Punkte)

- (a) Nach welchem Prinzip erzeugen moderne Röntgen-Hochspannungsgeneratoren die Hochspannung? (Skizze und Erklärung) (4 Punkte)



- (b) Warum werden heute keine oder kaum noch 12-Puls-Generatoren für die Hochspannungserzeugung eingesetzt? (3 Punkte)

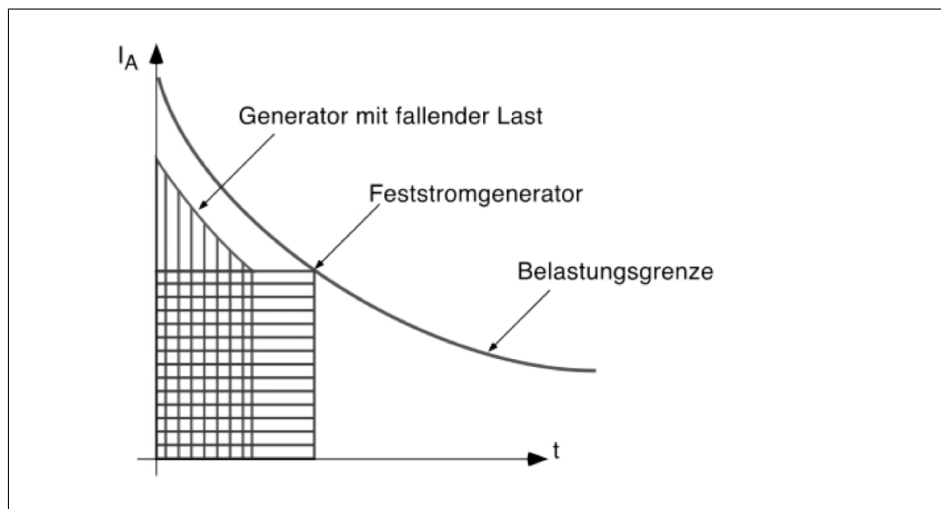
Lösung:

- Hochfrequenzgeneratoren können kompakter gebaut werden als 12-Puls-Generatoren.
- Bei 12-Puls-Generatoren lässt sich die Leistung nicht so schnell hoch- bzw. runterfahren.
- 12-Puls-Generatoren benötigen zur Glättung einen größeren Kondensator.

- (c) In der bildgebenden Röntgen-Technik werden oft Generatoren mit fallender Last verwendet. Welche Vorteile bietet dieser gegenüber Feststromgeneratoren? Skizzieren und erklären Sie die Abhängigkeit des Anodenstrom I_A von der Zeit t für die beiden Generorentypen. (4 Punkte)

Lösung:

- Generatoren mit fallender Last können wegen des höheren Anfangsstroms kürzere Belichtungszeiten erreichen.
- Ein Generator mit fallender Last beginnt mit einem hohen Strom. Dann wird während der Aufnahme der Strom gerade so reduziert, dass die Belastungsgrenze nicht erreicht wird.

**Frage 3****(6 Punkte)**

- (a) Wie ist die "Detektive Quantum Efficiency" ($DQE(u, v)$) definiert?

(1 Punkt)**Lösung:**

$$DQE(u, v) = \frac{\frac{\text{Signalleistungsspektrum}}{\text{Rauschleistungsspektrum}} \text{ am Ausgang}}{\frac{\text{Signalleistungsspektrum}}{\text{Rauschleistungsspektrum}} \text{ am Eingang}}$$

- (b) Was beschreibt die $DQE(u, v)$? Was lässt sich über das zugehörige System anhand ihres Verlaufs sagen?

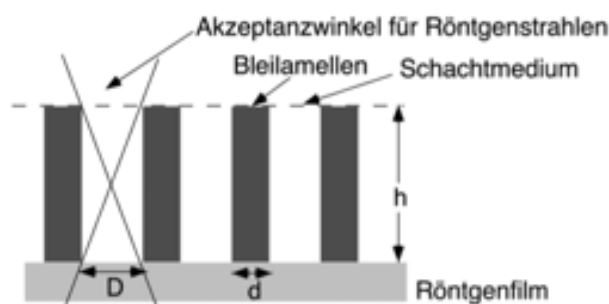
(2 Punkte)

Lösung: Die $DQE(u, v)$ bewertet die Rauscheigenschaften des zugehörigen Systems. Sie gibt an, wie viel Rauschen das abbildende System hinzufügt.

- (c) Welcher physikalische Prozess im menschlichen Körper führt bei der Röntgentechnik zur Verschlechterung des Kontrastes in der resultierenden Aufnahme (Name genügt)? Mit welchem technischen Mittel kann die Wirkung dieses Störeinflusses reduziert werden? Nennen, skizzieren und beschriften Sie eine mögliche Ausführung.

(3 Punkte)**Lösung:**

- Compton-Streuung führt zu hoher Streustrahlung
- Lamellen-Raster:



2 Systemtheorie

Frage 4

(8 Punkte)

Die Abbildungen 2(a) und 3(a) zeigen Grauwertintensitätsverläufe, die sich in ihren Raumfrequenzen und deren Richtungen unterscheiden. Jeweils rechts neben den Grauwertbildern (Abb. 2(b), 3(b)) sind die Amplitudenverläufe der Bereiche hoher Intensität im Eindimensionalen veranschaulicht (2(b): Linie parallel zur x -Achse ; 3(b) Linie parallel zur x -Achse bei $y = 90$)

- (a) Zeichnen Sie jeweils ein Koordinatensystem einer zweidimensionalen Fourierebene (Eine quantitative Achsenbeschriftung ist nicht verlangt, der Ursprung des Koordinatensystems muss jedoch erkennbar sein). Markieren Sie diejenigen Bereiche in denen die 2D-Fouriertransformierten der gezeigten Intensitätsverläufe (Abb.2(a), Abb.3(a)) hohe Intensitäten aufweisen. (4 Punkte)
- (b) Skizzieren Sie den Amplitudenverlauf der beiden 2D-Fouriertransformierten entlang der f_x -Achse (u -Achse). (Hierbei ist lediglich der qualitative Verlauf verlangt, jedoch müssen die Unterschiede zwischen den beiden Verläufen deutlich werden.) (2 Punkte)
- (c) Skizzieren Sie den Amplitudenverlauf der beiden 2D-Fouriertransformierten entlang der f_y -Achse (v -Achse). (Hierbei ist lediglich der qualitative Verlauf verlangt, jedoch müssen die Unterschiede zwischen den beiden Verläufen deutlich werden.) (2 Punkte)

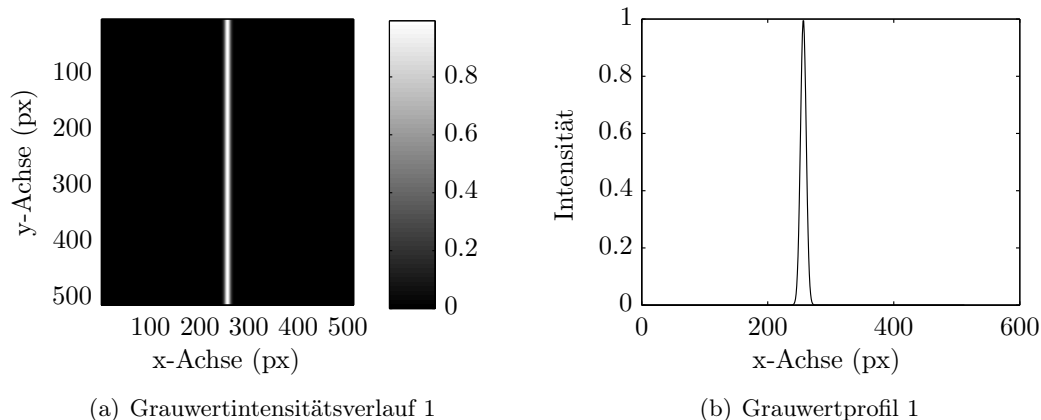


Abbildung 2: Gaussförmiges Intensitätsprofil

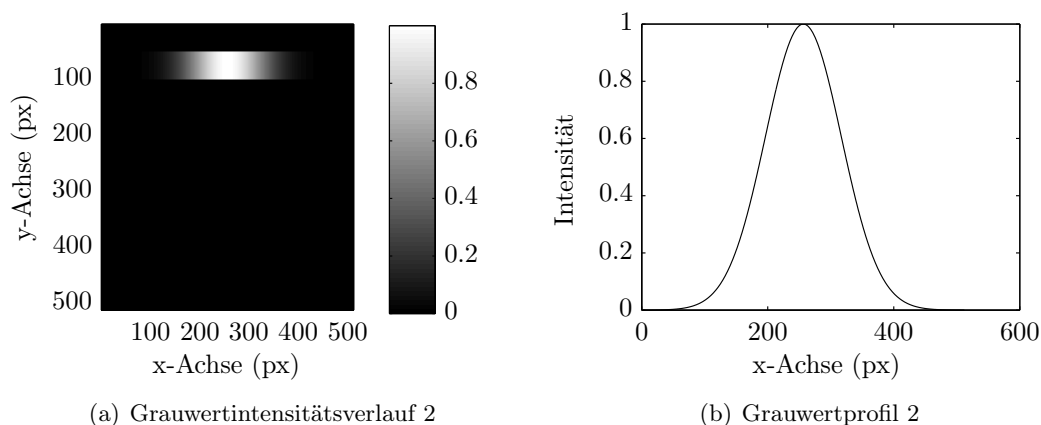
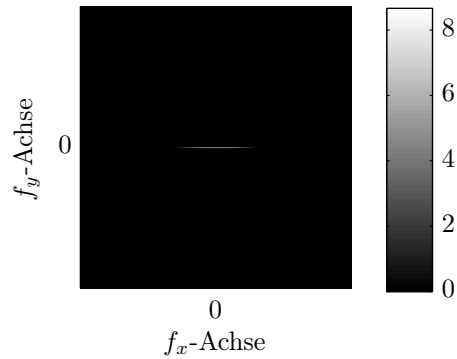


Abbildung 3: Gaussförmiges Intensitätsprofil

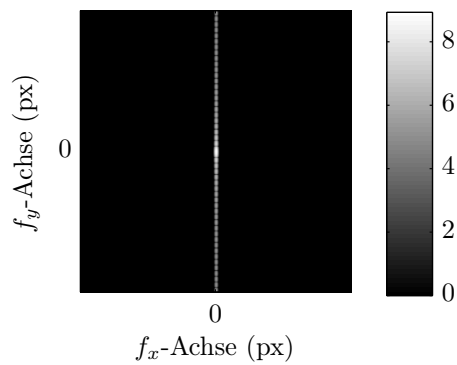
Lösung:

- (a) Die Fouriertransformierten der Grauwertverläufe sind im Folgenden dargestellt.

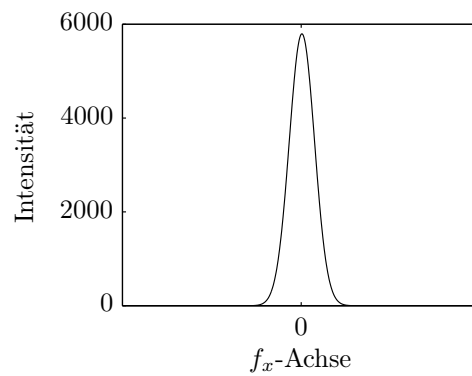
Fouriertransformierte 1:



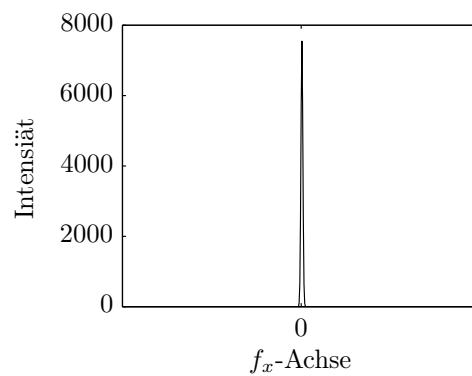
Fouriertransformierte 2:

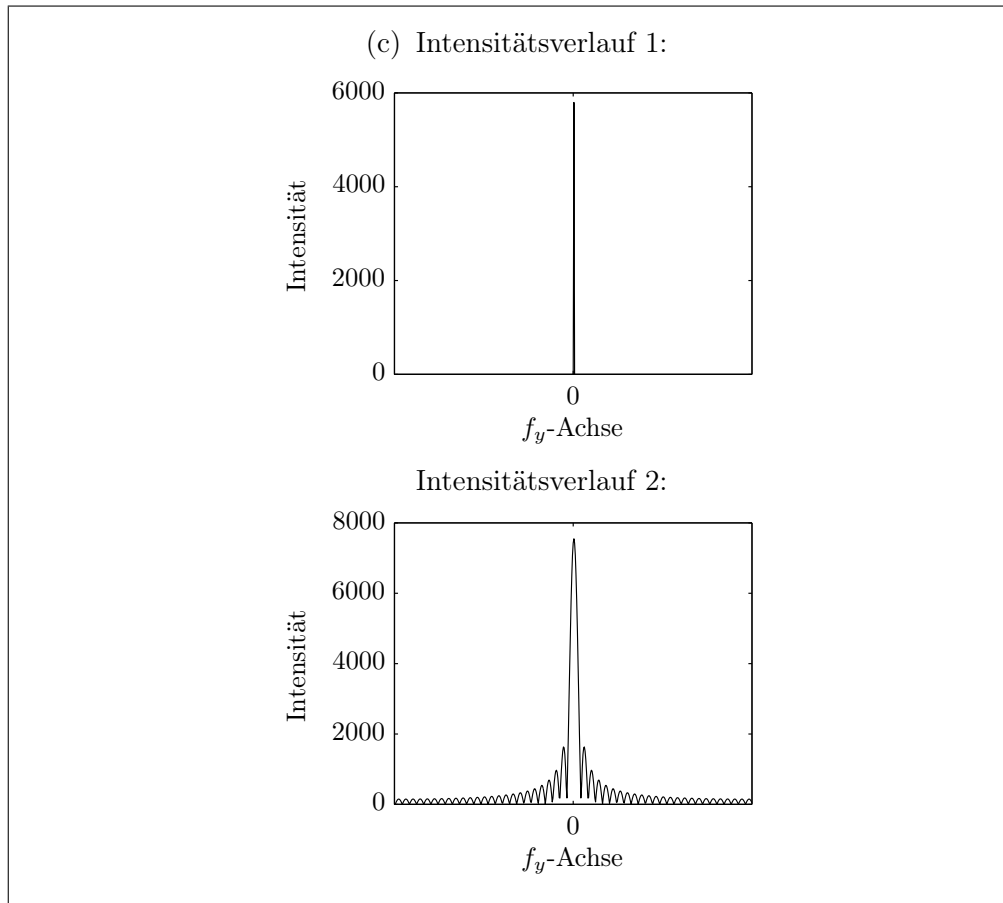


- (b) Intensitätsverlauf 1:



Intensitätsverlauf 2:





3 Bildverarbeitung

Frage 5

(3 Punkte)

Will man zum Beispiel ein Organ dreidimensional darstellen, so muss das umliegende Gewebe klar von dem Organ von Interesse getrennt werden können. Dafür müssen die Bilder segmentiert werden.

- (a) Ein wichtiger Algorithmus in der Segmentierung ist das "region-growing-Verfahren". Erläutern Sie dieses.

(2 Punkte)

Lösung: Es wird (z.B. per Hand) ein Saatpunkt in einem zu segmentierenden Gebiet bestimmt. Von diesem beginnend werden die Nachbarn des Saatpunktes geprüft und sofern sie ein vorher definiertes Kriterium (z.B. das Überschreiten eines Schwellwertes) erfüllen, zur Region hinzugefügt. Dieses Vorgehen wird mit allen neuen Nachbarn der Region bis zum Rand des Bildes wiederholt.

- (b) Wozu können durch Rauschen oder Artefakte verursachte Grauwert-Fehler bei diesem Verfahren führen?

(1 Punkt)

Lösung: Solche Grauwert-Fehler können vor allem in der Nähe des Randes zum Auslaufen führen, womit das Überschreiten des gesuchten Gebiets und Einlaufen in das benachbarte Gebiet gemeint ist.

Frage 6

(8 Punkte)

Restauration und Analyse von Bildern

- (a) Wie kann im Idealfall mit einem veränderten Bild das eigentliche Bild restauriert werden, wenn die Übertragungsfunktion des verändernden Systems bekannt ist? (2 Punkte)

Lösung: Das erhaltene Bild ist eine Faltung der Übertragungsfunktion des Systems und des Ursprungsbilds. Nach der Fourier-Transformation entspricht die Faltung einer Multiplikation.

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \quad \bullet \quad G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v)$$

Das Originalbild erhält man dann mit

$$\frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad \bullet \quad f(x, y).$$

- (b) Da reale Systeme technischen und physikalischen Einschränkungen unterliegen, ist es normalerweise nicht möglich eine Restauration auf diese Weise durchzuführen. Es gibt aber ein Filter, das es bei bekannter Signal- und Rauschleistungsdichte ermöglicht restaurierbare Teile des Bildes wiederherzustellen. Wie heißt dieses und wie ist es definiert? (2 Punkte)

Lösung: Das "Wiener-Filter"

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{NPS(u, v)}{SPS(u, v)}} \right]$$

mit $NPS(u, v)$ dem Rauschleistungsspektrum und $SPS(u, v)$ dem Signalleistungsspektrum.

- (c) Die Bewegung eines Objekts in zwei aufeinander folgenden Bildern kann zum Beispiel mit der Korrelation verfolgt werden. Geben Sie die Definition des Korrelationsintegrals an, und erklären Sie, wie man aus dem Ergebnis die Bewegung bestimmt. (2 Punkte)

Lösung:

$$\tilde{r}(x', y') = \int_{x_a}^{x_b} \int_{y_a}^{y_b} f_1(x, y) \cdot f_2(x + x', y + y') dx dy$$

Die Maxima von $\tilde{r}(x', y')$ zeigen, bei welchen Werten x' und y' sich die Muster in den beiden Bildern am ähnlichsten sind. Handelt es sich um das selbe Muster, entsprechen sie der Verschiebung.

- (d) Kann so auch die Rotation eines Musters bestimmt werden? Wenn ja, wie? Wenn nein, wie dann? (2 Punkte)

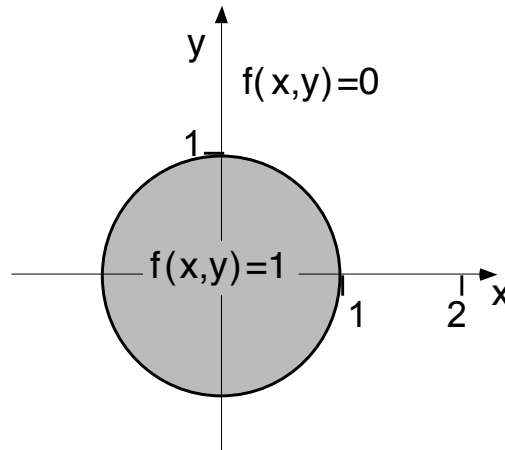
Lösung: Nein. Soll mit der Korrelation die Rotation eines Musters festgestellt werden, müssen die Bilder sukzessive gegeneinander verdreht und in jedem Schritt die Kreuzkorrelation berechnet werden.

4 Computertomographie

Frage 7

(5 Punkte)

In der Computertomographie werden Projektionen $p(\Theta, s)$ des Körpers aufgenommen. Die resultierenden Daten entsprechen somit der Radontransformierten der aufgenommenen Schnittebene. Die folgende Grafik zeigt den Querschnitt eines zylinderförmigen Objekts mit dem Wert $f(x, y) = 1$ innerhalb des Zylinders und 0 außerhalb.



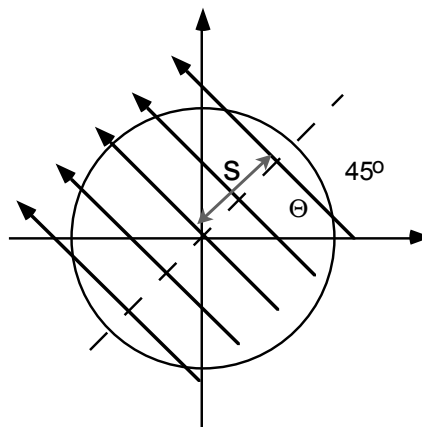
- (a) Tragen Sie die Parameter Θ und s definitionsgemäß in eine Skizze für die Aufnahme einer beliebigen Projektion $p(\Theta, s)$ ein. Welche mathematische Vorschrift liefert den Wert $p(\Theta_1, s_1)$ für eine beliebige Funktion $f(x, y)$? (3 Punkte)
- (b) Zeichnen Sie das Ergebnis der Aufnahme $p(45^\circ, s)$ für $s = [-2, 2]$ in ein Koordinatensystem ein. (2 Punkte)

Lösung:

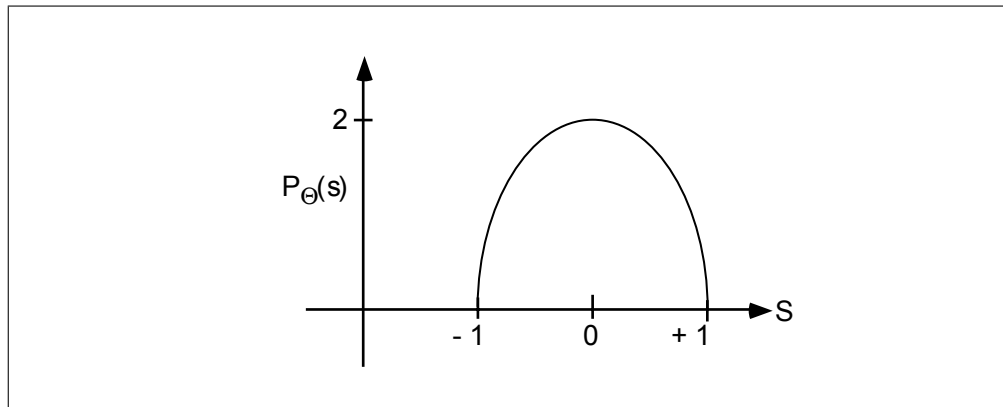
- (a) Die Radontransformierte beschreibt eine integrierbare Funktion $f(x, y)$ durch alle Linienintegrale über das Definitionsgebiet.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x(l), y(l)) dl \quad (3)$$

Die Richtung der Projektionen ist in der folgenden Abbildung veranschaulicht.



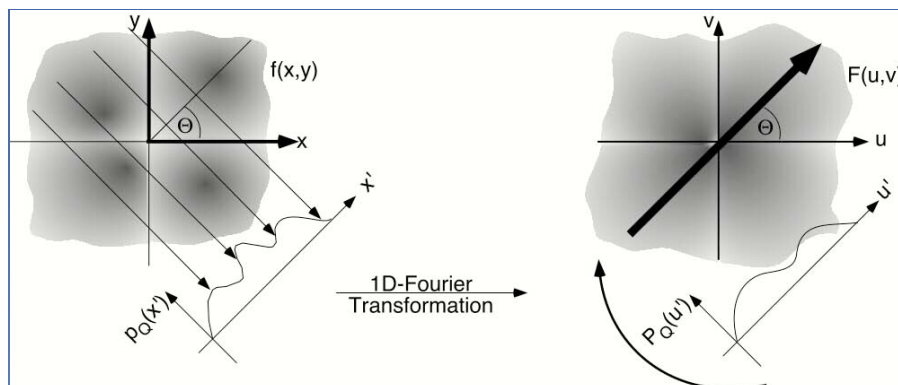
- (b) Das gesuchte Intensitätsprofil zeigt die folgende Abbildung:

**Frage 8****(7 Punkte)**

- (a) Formulieren Sie das Fourier-Scheiben-Theorem am Beispiel einer Projektion zum Winkel $\Theta = 45^\circ$ (Erklärung und Skizze). (4 Punkte)
- (b) Wie lassen sich mit Hilfe des Fourier-Scheiben-Theorems Schnittbilder des Röntgenschwächungskoeffizienten rekonstruieren? (3 Punkte)

Lösung:

- (a) Sei $f(x, y)$ gegeben und $F(u, v)$ deren 2D-Fouriertransformierte. Sei $p(\Theta, s)$ eine Projektion von $f(x, y)$ bei $\Theta = 45^\circ$. Dann beschreibt die 1D-Fouriertransformierte von $p(\Theta, s)$ $P(\Theta, \omega)$ die Werte von $F(u, v)$ auf der ersten Winkelhalbierenden.



- (b) Es werden viele Projektionen unter verschiedenen Winkeln aufgenommen. Dabei gilt $p(\Theta, s) = \ln \frac{I_0}{I}$. Jede Projektion wird 1D-fouriertransformiert. Die Ergebnisse werden auf Radialstrahlen zum Winkel Θ in die $F(u, v)$ -Ebene eingetragen. Hierbei muss auf ein kartesisches Raster interpoliert werden. Das Bild $f(x, y)$ erhält man durch inverse Fouriertransformation von $F(u, v)$.

5 Dosimetrie**Frage 9****(6 Punkte)**

- (a) Welche Energiedosis und welche Äquivalentdosis bekommt ein Mensch ab, der sich 0,5 m vor einer Röntgenröhre (2 mm Al) befindet, die mit 80 kV und 20 mA betrieben wird (Belichtungszeit 0,3 s)? (3 Punkte)

Berücksichtigen Sie bei der Lösung die folgenden Abbildungen.

Abbildung 5/1:

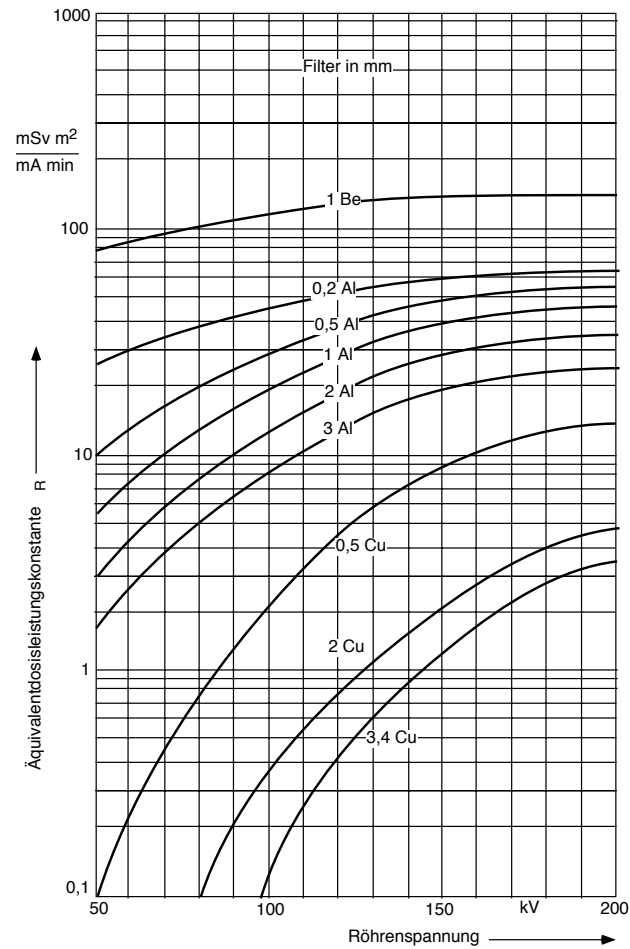
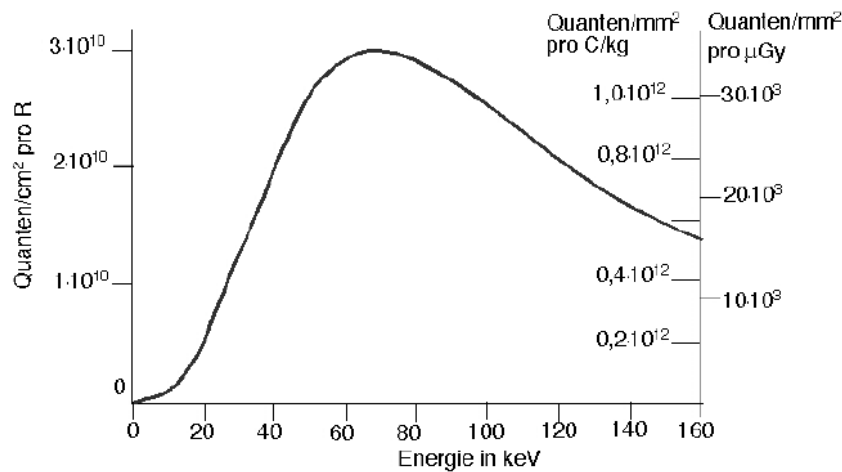


Abbildung 5/2:



- (b) Wie vielen Quanten/mm² entspricht diese Dosis (ungefähr) und welcher Kontrast K_{min} ließe sich theoretisch bei einer Pixelgröße von $d = 0,1$ mm damit erreichen ($\kappa = 5$) ? (3 Punkte)

Lösung:

- (a) Aus Abb. 1 abzulesen

$$\Gamma_R(80 \text{ kV}, 2 \text{ mmAl}) = 8 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA min}} \quad (4)$$

Äquivalentdosis:

$$8 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA min}} \cdot \frac{20 \text{ mA} \cdot 0,3/60 \text{ min}}{(0,5 \text{ m})^2} = 3,2 \text{ mSv} \quad (5)$$

Die Energiedosis ist in diesem Fall gleich der Äquivalentdosis, da es sich um γ -Quanten handelt ($q = 1$)

$$D = H = 3,2 \text{ mGy} \quad (6)$$

- (b) Aus Abb. 2 abzulesen:

Umrechnungsfaktor bei 80 kV: 34000 Quanten/mm²/µGy.

Anzahl der Quanten:

$$N = 3200 \mu\text{Gy} \cdot 34000 \frac{\text{Quanten}}{(\text{mm}^2 \cdot \mu\text{Gy})} \cdot 0,01 \text{ mm}^2 = 1,088 \cdot 10^6 \text{ Quanten} \quad (7)$$

Mit

$$K_{min} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}} \quad (8)$$

folgt: $K_{min} = 4,8 \%$

6 PET und SPECT

Frage 10

(15 Punkte)

- (a) Nennen Sie die wesentlichen Stationen bei der SPECT-Bildgebung von der Verabreichung eines radioaktiven Strahlers bis zum fertigen Schnittbild (Ver-

(8 Punkte)

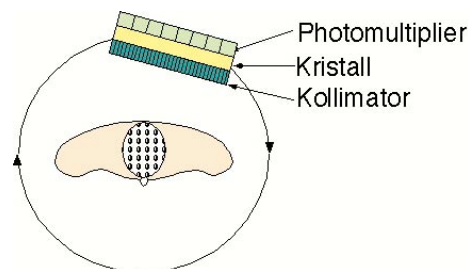
anschaulichung der Messanordnung mit Skizze!).

Welche Art von Strahlung wird bei der SPECT detektiert? Welcher physikalische Effekt wird im Detektor eingesetzt?

- (b) Vergleichen Sie PET und SPECT bezüglich der theoretisch erreichbaren Ortsauflösung. Wie werden diese technisch realisiert? Wo liegen die (theoretisch) limitierenden Faktoren? (Gefragt sind hier weniger quantitative Größen, sondern eher qualitative Abschätzungen der Zusammenhänge.) (5 Punkte)
- (c) In welcher Größenordnung liegen die Halbwertszeiten typischer Marker für PET und SPECT? (2 Punkte)

Lösung:

- (a) Bei der SPECT-Bildgebung werden radioaktive Isotope (Gammastrahler) an stoffwechselrelevante Moleküle angehängt, die im Körper mit anderen zusammen transportiert werden oder am Stoffwechsel teilnehmen (Tracer). Nach der Abgabe z.B. in die Blutbahn können die Tracerkonzentrationen durch die Detektion der Gammastrahlung ermittelt werden. Ähnlich wie bei der CT werden Projektionen mithilfe eines Detektorarrays aufgenommen. Der Detektor ist eine sogenannte Gamma-Kamera. Sie ist aus Detektoren aufgebaut, in denen in einem Szintillationskristall aus Gammaquanten sichtbare Photonen entstehen. Die Richtung aus welcher die Gammaquanten gekommen sind, wird mit einem Kollimator festgelegt. Die aufgenommen Projektionen werden mittels gefilterter Rückprojektion zu einem Schnittbild zusammengesetzt.



ein Messkopf, kreisförmiger Orbit

(b) Ortsauflösung

Bei der PET wird die Ortsauflösung stark durch die freie Weglänge der Positronen beeinflusst, diese liegt bei typisch 2 mm. Zusätzlich ist der Abstrahlwinkel der Gammaquanten nicht exakt 180° .

Beim SPECT-Verfahren kann die Ortsauflösung durch eine Verkleinerung der Kollimatoröffnung verbessert werden. Limitiert wird dieser Schritt durch eine abnehmende Anzahl von detektierten Quanten und damit eine Abschwächung des Signals. Die Auflösung bei der SPECT hängt stark vom Abstand der Gammakamera vom Körper ab, was bei der PET nicht der Fall ist.

- (c) Während bei der SPECT die Halbwertszeiten im Bereich von Stunden liegen, ist die Halbwertszeit der PET-Isotope auf einige Minuten beschränkt.